第 9 講・連立方程式の解き方

例題 1　加減法①

ポイント

● x，y をふくむ連立方程式から x（または y）をふくまない方程式をつくることを，x（または y）を 消去（しょうきょ）するという。

● 加減法（かげんほう）：連立方程式の左辺どうし，右辺どうしを，それぞれ加えたりひいたりして 1 つの文字を消去する方法。

（例）$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 5y = -3 \end{cases}$

$$\begin{array}{rr} & x + 2y = 4 \\ -) & x - 5y = -3 \\ \hline & 7y = 7 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{rr} & A = B \\ -) & C = D \\ \hline & A - C = B - D \end{array}}$$

問題

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x - 3y = 7 & \cdots ① \\ 2x + 3y = -4 & \cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x + 2y = 3 & \cdots ① \\ x - 4y = -9 & \cdots ② \end{cases}$

解答

MEMO

⑴　①と②の左辺どうし，右辺どうしを加えると

$$\begin{array}{rrcr} & x-3y & = & 7 \\ +) & 2x+3y & = & -4 \\ \hline & 3x & = & 3 \end{array}$$

$$x=1$$

$x=1$ を②に代入すると

$$2\times1+3y=-4$$
$$3y=-6$$
$$y=-2$$

よって

$\boldsymbol{x=1}$，$\boldsymbol{y=-2}$　**…(答)**

⑵　①の両辺から②の両辺をひくと

$$\begin{array}{rrcr} & x+2y & = & 3 \\ -) & x-4y & = & -9 \\ \hline & 6y & = & 12 \end{array}$$

$$y=2$$

$y=2$ を①に代入すると

$$x+2\times2=3$$
$$x=-1$$

よって

$\boldsymbol{x=-1}$，$\boldsymbol{y=2}$　**…(答)**

確認テスト 1

次の連立方程式を解きなさい。

⑴ $\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots ① \\ x-y=2 & \cdots ② \end{cases}$

⑵ $\begin{cases} x+2y=6 & \cdots ① \\ 3x+2y=10 & \cdots ② \end{cases}$

⑶ $\begin{cases} 2x+3y=12 & \cdots ① \\ -2x-y=-8 & \cdots ② \end{cases}$

⑷ $\begin{cases} 3x-y=3 & \cdots ① \\ 3x+4y=18 & \cdots ② \end{cases}$

例題 2　加減法②

問題

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 3x + 2y = 7 & \cdots① \\ 5x - 6y = -35 & \cdots② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x - 3y = 13 & \cdots① \\ 5x + 2y = 4 & \cdots② \end{cases}$

ポイント

- 連立方程式の 2 つの方程式で，x，y のいずれの係数もそろっていないときは，方程式の両辺を何倍かして x，y のどちらかの係数をそろえるとよい

解答

(1)
①×3　$9x + 6y = 21$
②　　$+)\ 5x - 6y = -35$

$14x = -14$

$x = -1$

$x = -1$ を①に代入すると

$3 \times (-1) + 2y = 7$

$2y = 10$

$y = 5$

よって

$x = -1$，$y = 5$　…(答)

(2)
①×2　$4x - 6y = 26$
②×3　$+)\ 15x + 6y = 12$

$19x = 38$

$x = 2$

$x = 2$ を②に代入すると

$5 \times 2 + 2y = 4$

$2y = -6$

$y = -3$

よって

$x = 2$，$y = -3$　…(答)

MEMO

確認テスト 2

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x - y = 4 & \cdots ① \\ 3x + 2y = -1 & \cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x - 4y = -1 & \cdots ① \\ 3x - 7y = 7 & \cdots ② \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x + 5y = 1 & \cdots ① \\ 5x - 2y = -12 & \cdots ② \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 3x + 2y = 9 & \cdots ① \\ 4x + 3y = 13 & \cdots ② \end{cases}$

例題 3　代入法

ポイント

● 代入法（だいにゅうほう）：連立方程式で，一方の式を他方の式に代入することによって文字を消去する解き方

（例）$\begin{cases} y = -2x + 4 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$

$x - 3\boxed{y} = -5$

↓ $y = -2x + 4$ を代入

$x - 3\boxed{(-2x + 4)} = -5$

問題

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x - 7y = 2 & \cdots ① \\ x = 4y & \cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y = x + 5 & \cdots ① \\ y = 3x - 1 & \cdots ② \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2y = x + 1 & \cdots ① \\ x + 2y = 11 & \cdots ② \end{cases}$

解答

MEMO

⑴　②を①に代入すると

$$2 \times 4y - 7y = 2$$
$$8y - 7y = 2$$
$$y = 2$$

$y = 2$ を②に代入すると

$$x = 4 \times 2$$
$$= 8$$

よって

$\boldsymbol{x = 8, y = 2}$　**…(答)**

⑵　②を①に代入すると

$$3x - 1 = x + 5$$
$$3x - x = 5 + 1$$
$$2x = 6$$
$$x = 3$$

$x = 3$ を①に代入すると

$$y = 3 + 5$$
$$= 8$$

よって

$\boldsymbol{x = 3, y = 8}$　**…(答)**

⑶　①を②に代入すると

$$x + (x + 1) = 11$$
$$x + x = 11 - 1$$
$$2x = 10$$
$$x = 5$$

$x = 5$ を①に代入すると

$$2y = 5 + 1$$
$$2y = 6$$
$$y = 3$$

よって

$\boldsymbol{x = 5, y = 3}$　**…(答)**

確認テスト 3

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 3x + 2y = 21 & \cdots① \\ x = 2y - 9 & \cdots② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y = 5 - 4x & \cdots① \\ -2x - 3y = 15 & \cdots② \end{cases}$

(3) $\begin{cases} y = 2x - 9 & \cdots① \\ y = -x + 6 & \cdots② \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 3x = -4y - 10 & \cdots① \\ 3x + 8y = -2 & \cdots② \end{cases}$

［メモ］